

Задача 7 ЕГЭ -2015 (базовый)

Если нужен только ответ – первый пример 7

- второй пример 67

- третий пример -2

Это задание на решение простых уравнений разных типов

Пример первый. Найдите корень уравнения $3^{x-3} = 81$

Решение. Это, так называемое, показательное уравнение. Оно так называется потому, что неизвестная величина x стоит в показателе степени. Это (и ему подобные) уравнения решаются так. Число 81 мы должны представить так $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

Исходное уравнение превратится в такое

$$3^{x-3} = 3^4$$

Получилось, что и в левой и в правой части уравнения одинаковые основания степени; и знак «равно» между ними – следовательно, можно приравнять и показатели степени

$$x - 3 = 4$$

Отсюда $x = 4 + 3 = 7$

Ответ к первому примеру 7

Пример второй. Найдите корень уравнения $\log_2(x-3) = 6$

Решение. Это уравнение очень походит на предыдущее по способу решения, но оно логарифмическое. Надобно вспомнить, что такое логарифм.

Для действия сложения – есть противоположное действие вычитания.

Для действия умножения – есть противоположное действие деления.

А есть ли противоположное действие для действия возведения в степень?

- Да, - скажете вы, - это действие извлечения корня. Но не только. Ещё и действие нахождения логарифма.

Например, есть такой пример возведения в степень $2^3 = 8$.

К этому примеру можно поставить два вопроса:

1) Какое число, возведённое в 3 степень, равно 8? Ответ даёт действие извлечения корня

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

2) В какую степень надо возвести число 2, чтобы получить 8? Ответ даёт действие нахождения логарифма $\log_2 8 = 3$. В этой форме записи 2 называется «основанием логарифма», а 8 называется просто «числом».

Можно запомнить такое определение: **логарифм – это показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить число.**

Чтобы лучше запомнить, рассмотрим несколько примеров, сопоставляя действия возведения в степень и нахождения логарифма

$$2^2 = 4 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \log_2 4 = 2$$

$$2^3 = 8 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \log_2 8 = 3$$

$$2^4 = 16 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \log_2 16 = 4$$

$$2^5 = 32 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \log_2 32 = 5$$

$$2^6 = 64 \rightarrow \rightarrow \rightarrow \log_2 64 = 6$$

И вот, в исходном уравнении $\log_2(x-3) = 6$ вместо 6 мы вставим $\log_2 64$

Получилось $\log_2(x-3) = \log_2 64$

А дальнейшие рассуждения такие же, как и в предыдущем примере. И в левой и в правой части уравнения логарифм по такому же основанию, значит можно приравнять и числа под логарифмом

$$x-3 = 64 \text{ . И тогда } x = 64+3 = 67$$

Ответ ко второму примеру 67

Пример третий. Найдите отрицательный корень уравнения $x^2 - x - 6 = 0$

Решение. Это, так называемое, квадратное уравнение. Квадратное оно потому, что неизвестная величина x стоит во второй степени, в квадрате. В самом каноническом виде квадратное уравнение записывают так:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где буква a – называется «первый коэффициент»; b – «второй коэффициент»; c – «свободный член». Значения неизвестной величины x , удовлетворяющие уравнению, называются «корнями уравнения». Для отыскания корней квадратного уравнения (для решения уравнения) есть формула

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Под знаком квадратного корня стоит выражение $b^2 - 4ac$, которое называется «дискриминантом» D . Дискриминант – в переводе «различитель» (сравни – расовая дискриминация – ограничение прав негров, например). Что же он различает? Он различает уравнения по числу корней. Если дискриминант больше нуля – то уравнение имеет 2 корня; если равен нулю – один корень; если меньше нуля – корней вообще нет, уравнение можно и не решать.

Перейдём к нашему примеру $x^2 - x - 6 = 0$

Коэффициенты у нас $a = 1; b = -1; c = -6$

Дискриминант $D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 1 + 24 = 25$

Дискриминант больше нуля, поэтому уравнение имеет два корня.

Найдём их по нашей классической формуле

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = \frac{1 - 5}{2} = -2$$

В задании требуется найти отрицательный корень. Поэтому

Ответ на третий пример -2