

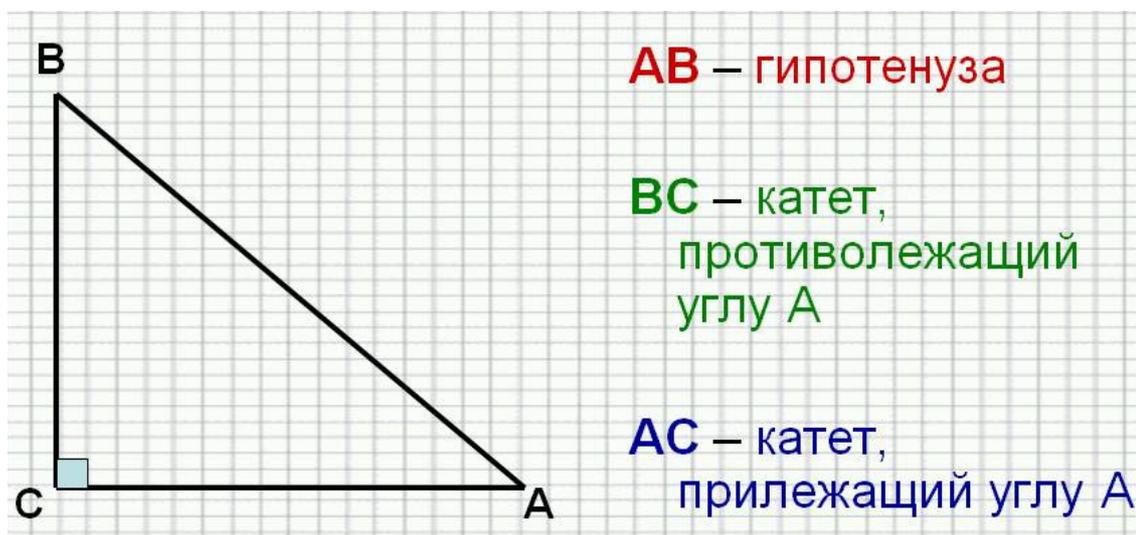
Задача 5 ЕГЭ -2015 (базовый)

Если нужен только ответ – первый пример -0,6

- второй пример 0,5

Это задание на знание самых основ тригонометрии

Тригонон – в переводе треугольник. С помощью прямоугольного треугольника изначально вводятся основные тригонометрические понятия: синус и косинус.



Синусом острого угла треугольника называется отношение катета, противолежащего углу, к гипотенузе.

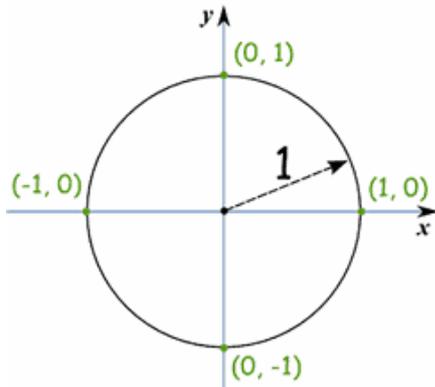
$$\mathbf{SIN A = BC/AB; SIN B = AC/AB}$$

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется, наоборот, отношение прилежащего катета к гипотенузе

$$\mathbf{COS A = AC/AB; COS B = BC/AB}$$

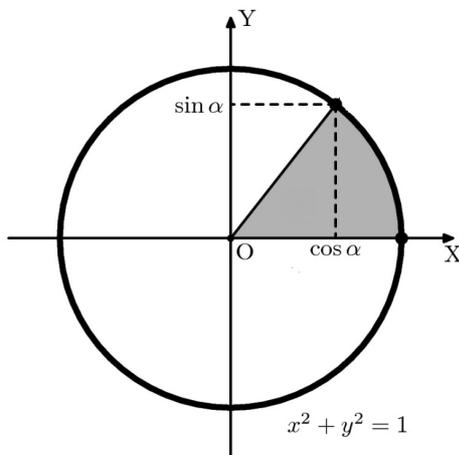
С точки зрения геометрии острый угол треугольника может изменяться от 0 до 90 градусов. Даже, ровно 0^0 и ровно 90^0 он быть не может, а то треугольник «сложится» в отрезок прямой линии. Но с точки зрения алгебры угол может **1. Изменяться от нуля до бесконечности; 2. Быть не только положительным, но и отрицательным.** Это как?

А вот как. Рисуют координатные оси, из начала координат выводят единичный отрезок (с длиной, равной 1 в принятых единицах измерения) и



начинают его вращать от оси X **против часовой стрелки**. Угол, который образует этот отрезок с осью X, и является углом в алгебраическом понимании. Когда единичный отрезок лежал на оси X – угол был равен 0. Когда он дошел до оси Y – угол стал равен 90 градусов. Когда отрезок сделал ещё четверть оборота и лёг на ось X с противоположной (отрицательной) стороны – это угол 180

градусов. Когда отрезок повернулся вниз – это угол 270 градусов. Наконец, когда он сделал полный оборот и вернулся на то место, с которого начинал движение – это угол 360 градусов. Но это совсем не конец. Отрезок пошёл на второй оборот. И он проходит угол $360+90=450$ градусов; затем $450+90=540$ градусов; затем $540+90=630$ градусов; затем $630+90=720$ градусов. Это второй полный оборот. Может быть и третий, и четвёртый и вообще до бесконечности. А если отрезок вращать не против, а **по часовой стрелке** – то он будет отсчитывать **отрицательный угол**, так же до бесконечности. Таким образом, угол в алгебраическом понимании может изменяться от плюс бесконечности до минус бесконечности.



А теперь посмотрим, как для алгебраического угла определяют синус и косинус. Синус – это отношение противолежащего катета к гипотенузе. Но гипотенуза равна 1 (потому что мы крутили единичный отрезок). А противолежащий катет – это проекция единичного отрезка на ось Y. Поэтому **синус – это проекция единичного отрезка на ось Y**. Аналогично, **косинус – это проекция единичного отрезка на ось X**.

По теореме Пифагора сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы, а гипотенуза в нашем единичном круге равна 1, отсюда вытекает так называемое **основное тригонометрическое тождество**

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

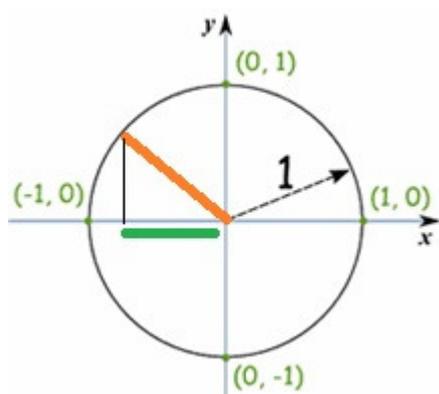
Посмотрим задание 5.

Первый пример. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Решение. Используем основное тригонометрическое тождество, откуда следует

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,8^2} = \sqrt{1 - 0,64} = \sqrt{0,36} = \pm 0,6$$

Вроде как, всё посчитали. Но при извлечении квадратного корня может быть знак или плюс или минус. Какой же нам выбрать? А вот для этого и дано условие $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Угол больше 90 градусов, но меньше 180



градусов будет располагаться где – то во второй четверти – показан толстым оранжевым отрезком. Его косинус – проекция на ось X – будет лежать на отрицательной части оси, слева от начала координат (я эту проекцию подчеркнул зелёным). Поэтому знак косинуса **минус**.

Ответ к первому примеру -0,6

Второй пример. Найдите $\sin 390^\circ$

Решение. 390 градусов – это один полный оборот (360 градусов) + ещё 30 градусов. То есть, единичный отрезок при угле 390° встанет точно на то же место, что и при угле 30° . Само собой, что и синус 390° равен синусу 30° . А синус 30° мы должны помнить наизусть, он равен 0,5

Ответ ко второму примеру 0,5