

Задача 1 ЕГЭ -2015 (базовый)

Если нужен только ответ – первый пример 2,65

- второй пример 3,2

- третий пример -1,1

Это задание на действия с обыкновенными дробями. Вот небольшая теория для тех, кто слегка подзабыл

Задача: два яблока разделить поровну между тремя школьниками. Очевидно, надо поступить так: каждое яблоко разрезать на 3 равных части, получится 6 частей, и каждому школьнику дать по 2 получившихся кусочка. Сколько получит один школьник? Он получит меньше, чем целое яблоко, он получит два кусочка, а каждый кусочек - это треть (третья часть) целого яблока. Школьник получит **ДВЕ ТРЕТИ**. В математике принято писать так:

$$\frac{2}{3}$$

Число снизу под дробной чертой, оно называется **ЗНАМЕНАТЕЛЬ ДРОБИ**, показывает, на сколько частей было разрезано яблоко. Число сверху - **ЧИСЛИТЕЛЬ ДРОБИ** – показывает, сколько кусочков получил школьник.



Хотя, возможно и такое деление...

Дробь еще удобно представлять в виде разрезанных кружочков, типа порезанного торта.

Воображая разные комбинации кусочков торта, мы приходим к выводу, что

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

То бишь, если торт разрезать на две части и взять одну из них - это ПОЛОВИНА торта. Если разрезать на 4 части и взять две из них - это тоже ПОЛОВИНА торта. Если разрезать на 8 частей и взять 4 из них - тоже ПОЛОВИНА торта. Из этих "манипуляций" вытекает ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ:

Дробь не изменится, если и числитель, и знаменатель одновременно умножить или разделить на какое-нибудь число

Это свойство применяют, когда сокращают дробь (делают поменьше и числитель и знаменатель), например

$$\frac{9}{27} = \frac{(:9)}{(:9)} = \frac{1}{3}$$

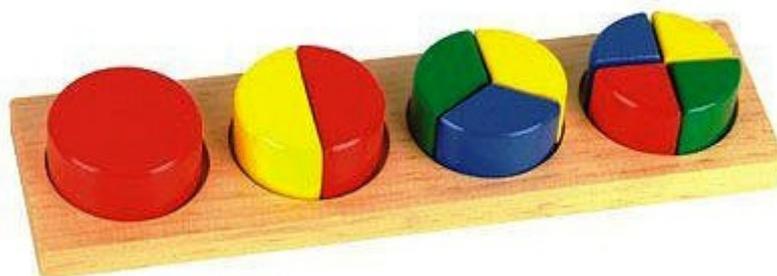
Но можно, если это зачем-нибудь понадобится, и наоборот увеличить числитель и знаменатель:

$$\frac{2}{5} = \frac{(\times 4)}{(\times 4)} = \frac{8}{20}$$

Еще бы хотелось отметить такое, понятное ежику, свойство

$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots = 1$$

Дробь, у которой числитель и знаменатель одинаковые, равна 1 (единице).



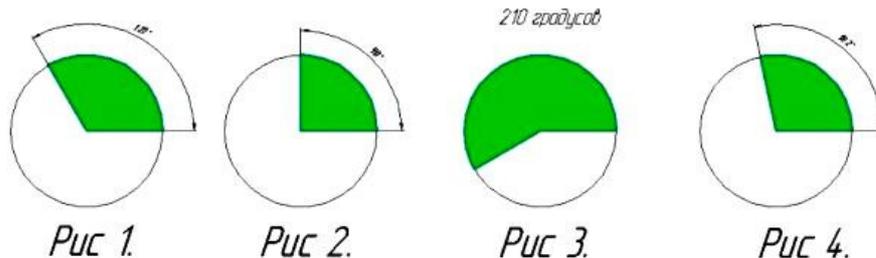
На картиночке одна целая, две вторых, три третьих, четыре четвертых

Сложение и вычитание дробей

Понятно, что $\frac{1}{3}$ яблока плюс $\frac{1}{3}$ яблока будет $\frac{2}{3}$ яблока. То есть дроби с одинаковыми знаменателями складываются и вычитаются легче легкого. А как сложить, например $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$? Это же не одинаковые кусочки яблока? Какой-нибудь тупой дебил сделал бы так:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{7}$$

Это **НЕПРАВИЛЬНО! НЕПРАВИЛЬНО!** Смотрите, почему. Вот кусочек торта (рис 1), соответствующий дроби $\frac{1}{3}$. Его ограничивает центральный тупой угол величиной 120 градусов.



Вот кусочек торта $\frac{1}{4}$ (рис.2). Его ограничивает центральный прямой угол величиной 90 градусов. Если бы мы сложили вместе эти два кусочка, то получился бы кусок с углом $120 + 90 = 210$ градусов, такой, как на рисунке 3. А тупой дебил получил кусочек $\frac{2}{7}$, то есть с углом 102 градуса (рис.4), чуть не в два раза меньше, чем правильный кусок. Так ему за тупость и надо!

А как же поступим мы - умные люди? А так. Мы скажем твердо и уверенно: **СКЛАДЫВАТЬ МОЖНО ТОЛЬКО ДРОБИ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ**. Если даны с неодинаковыми - надо сначала сделать их с одинаковыми, используя основное свойство дроби, а уж потом складывать.

$$\frac{1}{3} = \frac{(1 \times 4)}{(3 \times 4)} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{(1 \times 3)}{(4 \times 3)} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Видите, в первой дроби мы и числитель, и знаменатель одновременно умножили на 4; а во второй на 3. Получили две дроби с одинаковым знаменателем 12, которые потом легко и просто сложили!

А откуда мы взяли, что нужно первую дробь умножить на 4, вторую на 3, а знаменатель одинаковый должен быть равен 12? Это мы прикинули в уме. Если "прикидывалка ума" не очень хорошо работает - можно знаменатели перемножить; 3 умножить на 4 будет 12, а потом поглядеть, на сколько надо домножить каждую дробь, чтобы подогнать ее к общему знаменателю.

Это действие - преобразование дробей так, чтобы знаменатели были одинаковыми - называется **ПРИВЕДЕНИЕ К ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ**. А после того как привели - общий знаменатель пишут под общей дробной чертой, а над чертой складывают числители. Вот это правильно!

Умножение и деление дробей

А теперь, прикиньте, тупому дебилу задали решить пример:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = ?$$

Он, как вы поняли, сделал вот так:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$$

И, что удивительно - он оказался прав! **Так и делается умножение дробей!** Неисправные часы тоже два раза в сутки показывают правильное время. Тупой дебил, глядишь, да и попадет в яблочко "методом слепого тыка".

Деление чуть- чуть похитрее:

$$\frac{5}{7} : \frac{3}{2} = \frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21}$$

Для деления сначала надо одну дробь (без разницы какую, хоть первую, хоть вторую) надо перевернуть кверху ногами, то есть числитель поставить на место знаменателя, а знаменатель на место числителя, а потом выполнить обыкновенное умножение.

Теперь рассмотрим наше задание.

Первый пример. Найдите значение выражения $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + 2$

Решение. Дроби имеют разные знаменатели. Надо привести их к одному знаменателю. Этим общим знаменателем будет $5 \times 4 = 20$. Приводим дроби

$$\frac{2}{5} \left(\frac{\times 4}{\times 4} \right) = \frac{8}{20}$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\times 5}{\times 5} \right) = \frac{5}{20}$$

А как быть с целым (не дробным) числом 2? Его тоже можно представить как дробь со знаменателем 20

$$2 = \frac{40}{20}$$

Тогда сумма трёх чисел с ОДИНАКОВЫМИ знаменателями посчитается довольно просто

$$\frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{40}{20} = \frac{8+5+40}{20} = \frac{53}{20}$$

Но обыкновенную дробь, с числителем и знаменателем, невозможно записать в бланк ЕГЭ, там запись только в строчку. Поэтому, обыкновенную дробь в ответе надо перевести в десятичную, для чего числитель разделить на знаменатель

$$53/20 = 2,65$$

Ответ первого примера 2,65

Второй пример. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \times 6$

Решение. Сначала складываем $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5+3}{15} = \frac{8}{15}$

Правило умножения дроби на число вытекает из сложения: умножить данную дробь на 6 – это то же самое, что сложить 6 одинаковых дробей. Отсюда правило такое: **при умножении дроби на число надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить неизменным.**

$$\frac{8}{15} \cdot 6 = \frac{8 \cdot 6}{15} = \frac{48}{15} = 3,2 \quad \text{Ответ второго примера 3,2}$$

Третий пример. Найдите значение выражения $1,2 - 6,9 \times \frac{1}{3}$

Здесь в одном примере объединены десятичные и обыкновенные дроби. Немножко теории о десятичных дробях.

Десятичные дроби

Десятичные дроби - это дроби со знаменателем 10, или 100, или 1000, или любое другое число, кратное десятке. Их можно записывать так же, как обыкновенные:

$$\frac{1}{10}; \frac{3}{100}; \frac{5}{1000}$$

Но придумана и другая форма записи:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \frac{3}{100} = 0,03; \frac{5}{1000} = 0,005$$

Впереди нулик, он указывает, что целых нет, дробь меньше единицы. Потом первый знак после запятой, указывает, сколько десятых; второй - сколько сотых; третий - сколько тысячных и так далее...

Чем же хороши десятичные дроби? Отчего нам не хватило обыкновенных и мы придумали еще и десятичные?

Во-первых, из-за того, что у нас на руках десять пальцев и мы любим все считать десятками, сотнями, тысячами. У нас и деньги такие. Нет купюр достоинством 60 рублей, или 120 рублей, но зато есть 10 руб., 100 руб., 1000 руб. А во-вторых, складывать десятичные дроби намного легче, чем обыкновенные. Надо их записать в столбик и сложить по разрядам, как мы поступаем при сложении многозначных чисел.

$$\begin{array}{r} 0,253 \\ + \\ 0,432 \\ \hline 0,685 \end{array}$$

Не надо тебе никаких общих знаменателей и прочей дребедени. Только помните - надо записывать ровно: запятая под запятой, разряд под разрядом.

Так же, как многозначные числа умножают и делят десятичные дроби.

Решение третьего примера.

$$1,2 = 1\frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

$$6,9 = 6\frac{9}{10} = \frac{69}{10}$$

$$\frac{69}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{69 \times 1}{10 \times 3} = \frac{69}{30} (:3) = \frac{23}{10}$$

$$\frac{12}{10} - \frac{23}{10} = \frac{12 - 23}{10} = \frac{-11}{10} = -1,1$$

Ответ третьего примера -1,1